

07 线数期末试卷

一. 填空题 (1-6 每小题 4 分, 7-8 每小题 8 分, 共 40 分) 1. 在 5 阶行列式 a_{ij} 中,

1. 在 5 阶行列式中, 项 $a_{13}a_{24}a_{32}a_{41}a_{55}$ 前的符号应取 号

2. $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} (1 \ 3 \ 2) =$.

3. 设 A 为 3 阶矩阵, 若 $|A| = 3$, 则 $|(1/3)A^* - 4A^{-1}| =$.

4. 线性方程组 $x_1\alpha_1 + x_2\alpha_2 + \dots + x_n\alpha_n = \beta$ 有解的充要条件是 .

5. 若两个向量 α, β 是线性相关的, 则它们之间的关系是 ,

零向量是线性 .

6. 设 η_1, η_2 是方程线 $Ax = b$ 的两个解, 则 是方程组 $Ax = 0$ 的解。

7. 已知矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, 求 $A^{-1} =$.

8. 设矩阵 $P = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ $Q = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, 且 $B = PAQ$
则 $QP =$ $B^n =$.

二. 选择题 (每小题 4 分, 共 40 分)

1. $\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} =$

A. -24 B. 24 C. 0 D. 12

2. 若方程组
$$\begin{cases} \lambda x - y = a \\ -x + \lambda y = b \end{cases}$$
 有唯一解, 则 $\lambda =$.

- A. 1 B. -1 C. 1 或 -1 D. 不等于 1 或 -1

3. 设有矩阵 $A_{3 \times 4}, B_{4 \times 3}, C_{3 \times 3}$. 则下列可行的是 ()

- A. AC B. BC C. ACB D. AB - BC

4. 若矩阵 A 是 () , 则 A 不一定为方阵。

- A. 可逆矩阵 B. 齐次线性方程组的系数矩阵
C. 上三角矩阵 D. 对称矩阵

5. 设 A, B 均为 n 阶可逆矩阵, 则下列成立的是 ()

- A. A + B 可逆 B. kA 可逆 (k 为常数)
C. $A B^T$ 可逆 D. $(AB)^{-1} = A^{-1} B^{-1}$

6. 设 A, B 均为 n 阶矩阵. 则下列成立的是 ()

- A. $AB = BA$ B. 若 $AB = AC$, 则 $B = C$
C. $|-A| = -|A|$ D. $(AB)^T = B^T A^T$

7. 向量组 a_1, a_2, \dots, a_s ($s \geq 2$) 线性相关的充要条件是 ()

- A. a_1, a_2, \dots, a_s 都不是零向量
B. a_1, a_2, \dots, a_s 至少有一个向量可由其它的向量线性表示
C. a_1, a_2, \dots, a_s 任意两个向量对应成比例
D. 以上都不对

8. 设 A 为 3×4 矩阵, 且 $R(A) = 2$, 则下列结论中不正确的是 ()

- A. A 的所有三阶子式都为零 B. A 的所有二阶子式都不为零
C. A 的列向量线性相关 D. A 的行向量线性相关

9.若齐次线性方程组
$$\begin{cases} \lambda x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + \lambda x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 + \lambda x_3 = 0 \end{cases}$$
 ,只有零解, 则 : ()

- A . λ 不等于正负 1 B. λ 不等于正负 2
C . λ 不等于 1 且不等于 -2 D. λ 不等于 1

10.设 A 是 $m \times n$ 矩阵 , $Ax = 0$ 是非齐次线性方程组 $Ax = b$ (b 为向量) 所对应的导出方程组则下列成立的是 ()

- A . 若 $Ax = 0$ 仅有零解 , 则 $Ax = b$ 有唯一的解
B. 若 $Ax = 0$ 有非零解, 则 $Ax = b$ 有无穷多解
C. 若 $Ax = b$ 有无穷多解, 则 $Ax = 0$ 有唯一零解
D . 若 $Ax = b$ 有无穷多解, 则 $Ax = 0$ 有无穷多解

三 . 解答题 :

1. (10 分) 讨论 a 为何值时, 线性方程组
$$\begin{cases} ax_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + ax_2 + x_3 = a \\ x_1 + x_2 + ax_3 = a^2 \end{cases}$$

无解, 有唯一解和无穷多解? 并求无穷解.

2 . (4 分) 求向量组 $a_1 = (1, 2, 2, 0)$, $a_2 = (2, 4, 4, 0)$, $a_3 = (1, 0, 3, 1)$,
 $a_4 = (0, 4, -2, -2)$ 的秩和它的一个最大线性无关组.

四. 证明题(6 分)

1. 设 $f(x) = a_0 + a_1 x + \dots + a_n x^n$, $g(x) = b_0 + b_1 x + \dots + b_n x^n$

若存在个 $n + 1$ 个不同的数 x_i 满足

$$f(x_i) = g(x_i) \quad , \quad (i = 1, 2, \dots, n+1)$$

则 $f(x_i) \equiv g(x_i)$