珠海校区 2008 学年度第一学期 2007 级《线性代数》期末考试题

一，填空题（14 分，每空 2 分）

1.若 A 为 3 阶方阵，且 $|A| = 5$，则 $|-3A| =$ ；

2.设 $a_1 = (1\ 0\ 2)^T$，与 $a_2 = (3\ 2\ 0)^T$，$a_3 = (-2\ -1\ 1)^T$
$a_4 = (2\ 3\ 5)^T$，则它们的线性相关性是 ；

3.设向量 $a = (1\ 2\ -1)^T$，与 $b = (2\ 3\ 1)^T$，则 a ,b 的内积为 ；

4.设 A 为 3 阶矩阵，且秩 R（A）= 2，矩阵 $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ -7 & 1 & -5 \end{pmatrix}$，则 R（AB)= ：

5. 设 $A = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ -2 & 7 & 2 & 3 \\ 5 & 4 & 3 & 7 \end{vmatrix}$，则 $A_{41} + A_{42} + A_{43} + A_{44} =$ ；

6. 已知 $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 3 \\ 0 & 3 & X \end{pmatrix}$ 与 $B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 相似，则 x= ，y = .

二．计算行列式（10 分,每小题 5 分)

(1)，$\begin{vmatrix} 1+x_1y_1 & 1+x_1y_2 & 1+x_1y_3 \\ 1+x_2y_1 & 1+x_2y_2 & 1+x_2y_3 \\ 1+x_3y_1 & 1+x_3y_2 & 1+x_3y_3 \end{vmatrix}$

(2) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 2 & 2^2 & \cdots & 2^n \\ 3 & 3^2 & \cdots & 3^n \\ \cdots\cdots & & & \\ n & n^2 & \cdots & n^n \end{vmatrix}$

三.设 $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & 2 \\ 5 & 4 & 3 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}$,试求矩阵 x , 使得

$AX = BX + A + B$ 成立.（6分）

四. 设 $P = \begin{pmatrix} A & C \\ O & B \end{pmatrix}$, 其中 A 和 B 都是方阵, 证明 P 是可逆的,并求 P^{-1} （6分)

五.设列向量组 a_1 , a_2 ,... ,a_m 线性无关 , 讨论列向量组 $b_1 = a_1 + a_2$,

$b_2 = a_2 + a_3$,...., $b_{m-1} = a_{m-1} + a_m$, $bm = a_m + a_1$, 的线性相关性.(8 分）

六 . 求向量组

$a_1 = (1 \quad -1 \quad 2 \quad 1 \quad 0)^T$, $a_2 = (2 \quad -2 \quad 4 \quad -2 \quad 0)^T$

$a_3 = (3 \quad 0 \quad 6 \quad -1 \quad 1)^T$, $a_4 = (0 \quad 3 \quad 0 \quad 0 \quad 1)^T$

的秩及一个级大线性无关组， 并把其余的向量用极大线性无关组表示出来．（ 8 分）

七． k 取何值时，线性方程组 （ １５分）

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 1 \\ 2x_1 + 3x_2 + kx_3 = 3 \\ x_1 + kx_2 + 3x_3 = 2 \end{cases}$$

无解？有惟一解？有无穷多解？ 当有解时, 求出它的所有解．

八. 已知 A 为 3 阶方阵, 且 A 的特征值为 1 ， 2， -3．

(1) , 求 $|A|$, $|A^{-1}|$

(2) , 求 $|A^* + 3A + 2I|$

九. 给定矩阵 $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ x & 1 & y \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ ，（6分）

（1）,求出 A 的特征值

(2) . 问若矩阵 A 可对角化,要求 x , y 满足什么条件.

十.已知二次型 $f = 2x_1x_2 + 2x_1x_3 - 2x_2x_3$ （15分）

（1） 写出二次型 f 的矩阵

（2）用正交变换把二次型 f 化为标准形，并写出相应的正交矩阵

(3) 求 f 的秩，正惯性指数, 负惯性指数,和符号差

十一. 已知二次型 $f = x_1^2 + x_2^2 + 4x_3^2 + 2t\,x_1x_2 - 2x_1x_3 + 4x_2x_3$ 是正定的,求 t 的取值范围.（6分）.