中山大学理工学院 2009 学年 1 学期期末

08 级逸仙班、09 级光信息、物理和临床医学专业

线性代数期末试卷（B）

08 级、09 级年级 **08 级逸仙班、09 级光信息、物理和临床医学**专业

姓名______________学号_________________

老师姓名：黄钢明 **考试成绩 ：**

1.（每小题 6 分，共计 12 分）计算行列式的值

(1)

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ a & a+b & a+b+c \\ a & 2a+b & 3a+2b+c \end{vmatrix}$$

(2)

$$\begin{vmatrix} a & 1 & 0 & 0 \\ -1 & b & 1 & 0 \\ 0 & -1 & c & 1 \\ 0 & 0 & -1 & d \end{vmatrix}$$

2. （6 分）判断矩阵 $A=\begin{pmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 6 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & -3 \end{pmatrix}$ 是否可逆，若可逆，并求 A^{-1}.

3. （6 分）已知矩阵

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 4 \\ -3 & 2 & 5 \end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -1 & 3 & 0 \\ 0 & 5 & 2 \end{pmatrix},$$

求 $2AB-3A^2$

4. （6 分）向量组（1，1，0），（3，0，-9）和（1，2，3）的秩是多少？

5. （10 分）求解非齐次方程组

$$\begin{cases} x_1+x_2+x_3+x_4+x_5=3 \\ 2x_1+x_2+3x_3+3x_4+4x_5=14 \\ 3x_1+4x_2+x_3-3x_4+2x_5=-11 \\ x_1-x_2+4x_3+8x_4+x_5=31 \end{cases}$$

用向量形式表示通解。

6.（12 分）设 R^3 中两个基分别为 $\alpha_1=(1,1,0)^T$，$\alpha_2=(0,1,1)^T$，$\alpha_3=(1,0,1)^T$；$\beta_1=(1,0,0)^T$，$\beta_2=(1,1,0)^T$，$\beta_3=(1,1,1)^T$。求 β_1，β_2，β_3到基α_1，α_2，α_3的过渡矩阵。

7.（12 分）将矩阵对角化 $A=\begin{pmatrix} 2 & -2 & 0 \\ -2 & 1 & -2 \\ 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}$，写出它的相似对角矩阵及相应的过渡矩阵。

8. （12 分）在 R^3 中的线性变换 T 满足条件：

$Te_1=(-1,1,0)$，$Te_2=(2,1,1)$，$Te_3=(0,-1,-1)$，

其中 $e_1=(1,0,0)$，$e_2=(0,1,0)$，$e_3=(0,0,1)$.

(1)求 T 在基底[e_1,e_2,e_3]下的矩阵 A;

(2) 求 T 在基底[$\varepsilon_1,\varepsilon_2,\varepsilon_3$]下的矩阵 B;

其中 $\varepsilon_1=(1,1,1)$，$\varepsilon_2=(1,1,0)$，$\varepsilon_3=(1,0,0)$

9. （12 分）设[$\alpha_1,\alpha_2,\ldots\alpha_n$]是 n 维线性空间 V 的一个基底，则 V 中任何向量均可由基底的向量线性表出，且表出的形式是唯一的。

10. （12 分）用正交变换化二次型为标准型

$$f=2x_1^2+3x_2^2+3x_3^2+4x_3x_2$$，并写出所用的坐标变换。