中山大学本科生期末考试

考试科目:《数学物理方法》(A 卷)

学年学期: 2017 学年第 1 学期　　姓　名: ____________
学　院: 物理学院　　学　号: ____________
考试方式: 闭卷　　年级专业: 16 级　物理
考试时长: 120 分钟　　班　别: ____________

警示《中山大学授予学士学位工作细则》第八条:“考试作弊者,不授予学士学位.”

————以下为试题区域,共三道大题,总分 100 分,考生请在答题纸上作答————

一、选择题(请将正确答案的序号填写在答题纸上. 共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分.)

1. 复变函数 $f(z) = x^2 + \mathrm{i}y^2$ 在复平面上

(A) 处处可导　(B) 处处不可导　(C) 在直线 $y = -x$ 上可导　(D) 在直线 $y = x$ 上可导

2. 已知变上限积分 $\int_{z_0}^{z} \mathrm{d}\zeta\, \mathrm{e}^{\zeta}(1/\zeta + a/\zeta^n)$ (其中 $n > 1$ 是正整数) 是 z 的单值函数,则

(A) $a = -n!$　(B) $a = n!$　(C) $a = -(n-1)!$　(D) $a = (n-1)!$

3. $z = 0$ 是函数 $(\sin z)/z^2 - 1/z$ 的什么奇点?

(A) 本性奇点　(B) 可去奇点　(C) 一阶极点　(D) 二阶极点

4. 将函数 $(z-3)(z-4)/(z-1)(z-2)$ 以 $a = 0$ 为中心展开为 Taylor 级数,则该级数的收敛半径 R 为

(A) 1　(B) 2　(C) 3　(D) 4

5. $x = 0$ 是常微分方程 $xy'' + (b-x)y' - ay = 0$ (其中 a、b 是常数) 的

(A) 正则奇点　(B) 常点　(C) 一阶极点　(D) 本性奇点

6. $f(x)$ 的 Fourier 变换为 $F(k) = (\sqrt{2\pi})^{-1}\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}kx}\,\mathrm{d}x$,设 $g(x) = \int_{-\infty}^{x} f(\xi)\,\mathrm{d}\xi$ 的 Fourier 变换为 $G(k)$,其中 $f(x)$ 使得 $g(+\infty) = 0$,则

(A) $G(k) = \mathrm{i}kF(k)$　(B) $G(k) = F(k)/\mathrm{i}k$　(C) $G(k) = -\mathrm{i}kF(k)$　(D) $G(k) = -F(k)/\mathrm{i}k$

7. 长为 l 的均匀导热细杆,两端和侧面均绝热,杆上有热源,热传导方程为 $\partial u/\partial t - a^2\partial^2 u/\partial x^2 = f_0\cos\lambda x$,其中 f_0 和 λ 为常数,为了使杆上的温度分布在长时间后达到稳定,则 λl 应取特定值,其中最小者为

(A) 2π　(B) $3\pi/2$　(C) π　(D) $\pi/2$

8. 在推导弦的横振动方程时曾作了若干物理上的简化假设,下面哪一项 不在 这些假设中?

(A) 振动幅度很小　(B) 弦是完全柔软的　(C) 振动发生在一固定平面内　(D) 弦的两端是固定的

二、填空题(共 2 小题,各小题分数依次为 10 分、15 分,共 25 分.)

1. 球坐标系中,轴对称边界条件下,Laplace 方程的一般解是 (1) $u(r,\theta) =$ ________. 考虑球内的定解问题,设球面上 $u|_{r=a} = 3\cos 2\theta + \cos\theta$,则球内 (2) $u(r,\theta) =$ ________.

2. 考虑 1/4 平面的定解问题 $\nabla^2 u = 0\ (x > 0, y > 0)$, $u|_{x=0} = g(y)$, $u|_{y=0} = f(x)$. 相应的 Green 函数 $G(\rho, \rho_0)$ 满足的定解问题是 (1) ________, 该 Green 函数为 (2) ________.

三、计算题(共 2 小题,各小题分数依次为 15 分、20 分,共 35 分.)

1. 计算积分 $I = \int_0^{\infty} \dfrac{1}{x^{2n} + a^{2n}}\mathrm{d}x$,其中 $a > 0$, n 为正整数.

2. 均匀导热细杆,长为 l,侧面绝热,左端保持温度为零度,右端有时变热流流入,边界条件为 $\partial u/\partial x|_{x=l} =$ $q\mathrm{e}^{-\alpha t}$,其中 q、α 为常数,初始时杆上各点的温度均为零度,求以后的温度分布 $u(x,t)$.