

《概率统计》试卷(一)

时间 90 分钟

一. 选择题 (每题 3 分, 共 24 分)

1. 设事件 A 表示“甲种产品畅销, 乙种产品滞销”, 其对立事件为_____.

- (A) “甲种产品滞销, 乙种产品畅销”; (B) “甲、乙两种产品均畅销”;
(C) “甲种产品滞销”; (D) “甲种产品滞销或乙种产品畅销”.

2. 设 $B \subset A$, 则下面正确的等式是_____.

- (A) $P(\overline{AB}) = 1 - P(A)$; (B) $P(\overline{B} - \overline{A}) = P(\overline{B}) - P(\overline{A})$;
(C) $P(B|A) = P(B)$; (D) $P(A|\overline{B}) = P(A)$

3. 离散随机变量 X 的分布函数为 $F(x)$, 且 $x_{k-1} < x_k < x_{k+1}$, 则 $P(X = x_k) =$ _____.

- (A) $P(x_{k-1} \leq X \leq x_k)$; (B) $F(x_{k+1}) - F(x_{k-1})$;
(C) $P(x_{k-1} < X \leq x_{k+1})$; (D) $F(x_k) - F(x_{k-1})$.

4. 设随机变量 X 的分布律为 $P(X = k) = k/15, k = 1, 2, 3, 4, 5$. 则 $P(0.5 < X < 2.5)$ 的值是_____.

- (A) 0.6 ; (B) 0.2 ;
(C) 0.4 ; (D) 0.8 .

5. 设随机变量 X, Y 相互独立, $X \sim N(0, 1), Y \sim N(1, 1)$, 则_____.

- (A) $P(X + Y \leq 0) = 1/2$; (B) $P(X + Y \leq 1) = 1/2$;
(C) $P(X - Y \leq 0) = 1/2$; (D) $P(X - Y \leq 1) = 1/2$.

6. 设 10 个电子管的寿命 $X_i (i = 1 \sim 10)$ 独立同分布, 且 $D(X_i) = A (i = 1 \sim 10)$, 则 10 个电子管的平均寿命 Y 的方差 $D(Y) =$ _____.

- (A) A ; (B) $0.1A$;
(C) $0.2A$; (D) $10A$.

7. 设 (X_1, X_2, \dots, X_n) 为总体 $X \sim N(0, 1)$ 的一个样本, \bar{X} 为样本均值, S^2 为样本方差, 则有_____.

(A) $\bar{X} \sim N(0, 1)$;

(B) $n\bar{X} \sim N(0, 1)$;

(C) $\bar{X}/S \sim t(n-1)$;

(D) $(n-1)X_1^2 / \sum_{i=2}^n X_i^2 \sim F(1, n-1)$.

8. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 是取自总体 X 的样本, 则 $D(X) = \sigma^2$ 的无偏估计量为_____.

(A) $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n-1} (X_i - \bar{X})^2$;

(B) $\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n-1} (X_i - \bar{X})^2$;

(C) $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$;

(D) $\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$.

二. 填空题 (每题 5 分, 共 30 分)

1. 用随机事件 A, B, C 表示事件 $D = \{A, B, C \text{ 中恰有两个发生}\} =$ _____.

2. 设 $P(A_1) = P(A_2) = P(A_3) = \frac{1}{3}$, 且三事件 A_1, A_2, A_3 相互独立, 则三事件中至少发生一个的概率为_____, 三事件中恰好发生一个的概率为_____.

3. 设 $X \sim U(0, 2)$, 则随机变量 $Y = X^2$ 在 $(0, 4)$ 内的概率密度函数为_____.

4. 如果 $E(X^2) = 200, D(X) = 100$, 则 $E(X) =$ _____.

5. 设样本观察值为: 5, 10, 15, 20, 15, 则样本均值、方差 $\bar{x} =$ _____, $s^2 =$ _____.

6. 原假设 H_0 不真时, 作出接受 H_0 的决策, 称为犯第_____类错误, 原假设 H_0 为真时, 作出拒绝 H_0 的决策, 称为犯第_____类错误.

三. 计算题 (每题 10 分, 共 40 分)

1. 编号为 1, 2, 3 的三台仪器正在工作的概率分别为 0.9, 0.8 和 0.4, 从中任选一台.

(1) 求此台仪器正在工作的概率;

(2) 已知选到的仪器正在工作, 求它编号为 2 的概率.

2. 随机变量 X 的密度函数为 $f(x) = \begin{cases} Ax^2 & (0 \leq x \leq 2), \\ 0 & (\text{其他}). \end{cases}$ 试求

(1) 系数 A ;

(2) 分布函数 $F(x)$;

(3) 概率 $P(1 \leq X \leq 2)$.

3. 设随机变量 $X \sim U(0, 1)$ (均匀分布), $Y \sim E(1)$ (指数分布), 且它们相互独立,

计算 $P(X > Y)$.

4. (1) 设某种产品的一项质量指标 $X \sim N(1600, 150^2)$, 现从一批产品中随机地抽取 26 件, 测得该指标的均值 $\bar{x} = 1637$. 以 $\alpha = 0.05$ 检验这批产品的质量指标是否合格?

(2) 设某种电阻值 $X \sim N(\mu, 60)$, μ 未知, 某天抽取 10 只这种电阻, 测得电阻值的方差为 $S^2 = 87.682$, 问方差有无显著变化? (取 $\alpha = 10\%$).

[$Z_{0.025} = 1.96$, $Z_{0.05} = 1.65$, $t_{0.05}(9) = 1.8331$, $\chi_{0.05}^2(9) = 16.919$, $\chi_{0.95}^2(9) = 3.325$]

四. 证明题 (6分)

设随机事件 A 与 B 相互独立, 证明 \bar{A} 与 \bar{B} 也相互独立.