试 卷 (二) 答案与提示

一. 选择题

1. 选 D. 可以证明：当 $P(A)>0, P(B)>0$ 时，事件 A 与 B 互斥，与 A 与 B 独立不能同时成立，故只有 A 与 B 不独立。

2. 选 D. 利用超几何分布计算

$$P(\text{至少有2个正品}) = P(\text{恰有2个正品}) + P(\text{3个都是正品}).$$

3. 选 B. 射击次数服从几何分布.

4. 选 C. 只有 C 中的 $F(x)$ 满足分布函数的三个性质.

5. 选 A. $X+Y=Z$，Z 显然是一维随机变量.

6. 选 A. 由 $\begin{cases} 0.6a+0.4b=1.4 \\ 0.6a^2+0.4b^2=0.24+1.4^2 \end{cases}$ 解得.

7. 选 C. 因为 $X_i-\mu \sim N(0,1)$，再由 χ^2 分布定义.

8. 选 C. 只有 C 中表达的是犯第一类弃真错误的概率.

.二. 填空题

1. $5/9$; 2. 0.5 ; 3. $k\in[1,\ 3]$; 4. 0.025;

5. 0.5 ; 6. $\hat{\theta}=2\overline{X}$; $\hat{\theta}_{MLE}=\max\{X_1,X_2,\cdots,X_n\}$.

三. 计算题

1. (1) $P(A)=\sum_{i=1}^{3}P(B_i)P(A|B_i)$=0.0155 ;

(2) $P(B_1|A)=0.290$，$P(B_2|A)=0.387$，$P(B_3|A)=0.323$.

2. (1) $f_X(x)=\begin{cases} 3x^2 & (0\le x\le 1), \\ 0 & (\text{其}\quad\text{他}), \end{cases}$ $f_Y(y)=\begin{cases} 3(1-y^2)/2 & (0\le y\le 1), \\ 0 & (\text{其}\quad\text{他}). \end{cases}$

(2) 不独立 .

(3) $P(X+Y>1)=\int_{0.5}^{1}dx\int_{1-x}^{x}3xdy=5/8$.

3. 公司收益 $X\sim \begin{array}{c|cc} X & a & a-M \\ \hline P & 1-p & p \end{array}$ 投保者交纳的保费为 a.

$$E(X)=a(1-p)+p(a-M)=0.05M \quad\Rightarrow\quad a=(0.05+p)M \ .$$

4. （1）$H_0:\mu=500,\ H_1:\mu\ne 500$；拒绝域 D： $\left|\dfrac{\overline{X}-500}{S/3}\right| > t_{0.025}(8)=2.306$.

代入数据得T的观察值$T_0=-\dfrac{3}{16.03}=-0.187$， 因$T_0\notin D$，故接受$H_0$.

（2）$H_0:\sigma^2\le 10^2$, $H_1:\sigma^2>10^2$. 拒绝域D：$\chi^2=\dfrac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}>\chi^2_{0.05}(8)=15.507$.

代入数据得$\dfrac{8\times 16.03^2}{100}=20.56\in D$，故应拒绝$H_0$.

四．证明题

证明：由题设条件知$ABC\subset D\Rightarrow P(ABC)\le P(D)$,

$$P(A)+P(B)-P(AB)\le 1\Rightarrow P(A)+P(B)\le 1+P(AB)$$

$$\Rightarrow P(A)+P(B)+P(C)\le 1+P(AB)+P(C)=1+P(AB\cup C)+P(ABC)$$

$$\le 2+P(ABC)\le 2+P(D)\ .$$