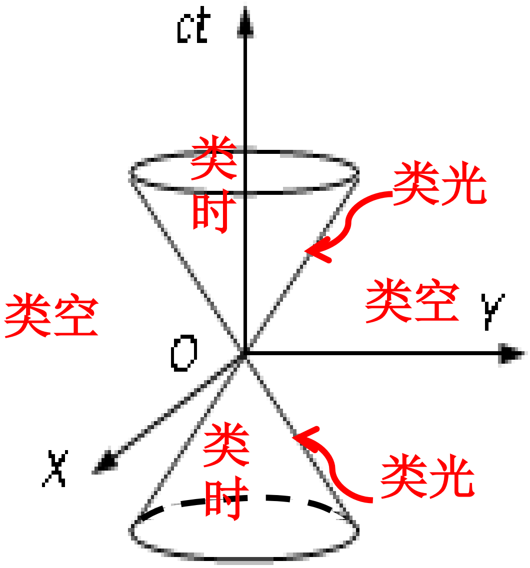
电动力学回顾

一. 狭义相对论

（掌握概念、理论和典型应用）

时间和空间构成四维闵可夫斯基空间，

$$x^a = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ ict \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \\ x^4 \end{pmatrix}$$



不变间隔标量

$$s^2 = -\Delta x_\mu \Delta x^\mu = -\sum_{i=1}^{3} (\Delta x^i)^2 + c^2 \Delta t^2$$

洛伦兹变换（典型惯性系变换）

$$\Delta x'^{\mu} = \sum_{\nu=1}^{4} a^{\mu}_{\cdot\nu} \Delta x^{\nu}$$

$$a^{a}_{\cdot b} = \begin{pmatrix} \gamma & 0 & 0 & i\beta\gamma \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -i\beta\gamma & 0 & 0 & \gamma \end{pmatrix}$$

$$\beta = \frac{\upsilon_0}{c} \qquad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-(\upsilon_0/c)^2}}$$

洛伦兹张量：

四维标量

$$s' = s$$

四维矢量

$$u'^{a} = a^{a}_{\cdot b} u^{b}$$

四维二阶张量

$$t'^{ab} = a^{a}_{\cdot c} a^{b}_{\cdot c} t^{cd}$$

洛伦兹协变性

物理规律可以写成张量方程，其中每一项都是同一类型的四维闵可夫斯基空间的张量.

相对性原理

所有惯性参考系互相等价。在所有惯性参考系物理规律都可以表述为相同的形式（具有洛伦兹协变性）.

物理量	定义式/符号	意义
四维位移矢量	dx^{μ}	$d\mathbf{x}$: 空间位移 $dx^4 = icdt$
不变间隔标量	$ds^2 = -dx_{\mu}dx^{\mu} = -d\mathbf{x}\cdot d\mathbf{x} + c^2dt^2$	两事件的时空间隔
固有时	$d\tau = \frac{1}{c}\sqrt{ds^2} = \frac{1}{\gamma}dt$	粒子运动用时
四维速度	$U^{\mu} = \frac{dx^{\mu}}{d\tau}$	$\boldsymbol{U}$: 粒子运动快慢 $U^4 = ic\gamma$
四维机械动量	$p^{\mu} = m_0U^{\mu}$	粒子能量 $W = \frac{c}{i}p^4$
四维力	$K^{\mu} = \frac{dp^{\mu}}{d\tau} = \gamma f^{\mu}$	粒子受力 $\boldsymbol{f} = \dot{\boldsymbol{p}}$ 力的功率 $f^4 = \frac{i}{c}\dot{W}$
固有能量	$m_0^2c^4 = -c^2p_{\mu}p^{\mu} = W^2 - p^2c^2$	惯性、引力质量

物理问题

运动时钟延缓

运动尺度缩短

质能关系

粒子衰变和粒子碰撞中的能量-动量守恒

相对论多普勒效应和光行差

二. 电磁场与带电系统

（注重物理概念和对理论结构的认识）

四维电流密度矢量

$$j^a = \begin{pmatrix} J^1 \\ J^2 \\ J^3 \\ ic\rho \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho v^1 \\ \rho v^2 \\ \rho v^3 \\ ic\rho \end{pmatrix}$$

电磁规范场（四维电磁势）

$$A^a = \begin{pmatrix} A^1 \\ A^2 \\ A^3 \\ A^4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A^1 \\ A^2 \\ A^3 \\ \dfrac{i}{c}\varphi \end{pmatrix}$$

电磁势与电磁场强

$$\boldsymbol{E} = -\nabla\varphi - \frac{\partial \boldsymbol{A}}{\partial t}, \qquad \boldsymbol{B} = \nabla \times \boldsymbol{A}$$

规范变换

$$A'^{\mu} = A^{\mu} + \partial^{\mu}\phi$$

即： $\boldsymbol{A} \to \boldsymbol{A}' = \boldsymbol{A} + \nabla\psi,\quad \varphi \to \varphi' = \varphi - \dfrac{\partial\psi}{\partial t}$

规范条件

(1) 库仑规范条件 $\nabla\cdot\boldsymbol{A} = 0$

(2) 洛仑兹规范条件 $\partial_{\mu}A^{\mu} = 0$ 即 $\nabla\cdot\boldsymbol{A} + \dfrac{1}{c^2}\dfrac{\partial\varphi}{\partial t} = 0$

规范不变性原理：物理可观察量在规范变换下保持不变.

$\Updownarrow$

电荷定域守恒

$\partial_{\mu}j^{\mu} = 0$ 即 $\nabla\cdot\boldsymbol{J} + \dfrac{\partial\rho}{\partial t} = 0$

物理量	定义式/符号	意义
电荷标量	q	粒子与电磁场耦合的强度
固有电荷密度	$\rho_0 = \frac{1}{\gamma}\rho$	电荷密度
四维电流密度	$j^\mu = \rho_0 U^\mu$	电流密度：$\boldsymbol{J}=\rho\boldsymbol{v}$ 电荷密度：$\rho=j^4/ic$
四维电磁势	A^μ	电磁规范场
电磁场强张量	$F^{\nu\mu} = \partial^\nu A^\mu - \partial^\mu A^\nu$	规范场强度
洛伦兹力	$\dot{\boldsymbol{p}} = \frac{d(m_0\gamma\dot{\boldsymbol{x}})}{dt} = q(\boldsymbol{E} + \boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B})$	电磁场作用在q的力

带电粒子系统与电磁场的拉格朗日量

$$L = -\sum_n m_{0n} c^2 \sqrt{1 - \dot{x}_n^2 / c^2} - \int \left[\frac{1}{4\mu_0} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + j_\mu A^\mu \right] dV$$

$$F^{\nu\mu} = \partial^\nu A^\mu - \partial^\mu A^\nu$$

$$\boldsymbol{j} = \sum_n q_n \delta(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}_{q_n}) \dot{\boldsymbol{x}}_{q_n}, \qquad j^4 = \sum_n icq_n \delta(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}_{q_n})$$

场方程（场的拉格朗日方程）

$$\partial_\nu F^{\nu\mu} = -\mu_0 j^\mu$$

粒子运动方程（粒子拉格朗日方程）

$$\dot{\boldsymbol{p}}_n = q_n (\boldsymbol{E} + \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B})$$

其中

$$\boldsymbol{E} = -\nabla \varphi - \frac{\partial \boldsymbol{A}}{\partial t}, \qquad \boldsymbol{B} = \nabla \times \boldsymbol{A}$$

带电粒子动量

机械动量 $\boldsymbol{p} = m_0 \boldsymbol{U} = \gamma m_0 \dot{\boldsymbol{x}}_q$ $\qquad p_4 = \frac{i}{c} W = \frac{i}{c} \gamma m_0 c^2$

正则动量 $P_j = \frac{\delta L}{\delta \dot{x}_q^j} = p_j + qA_j$ 即 $\boldsymbol{P} = \boldsymbol{p} + q\boldsymbol{A}$

$$P_4 = \frac{i}{c}(W + q\varphi), \qquad W = \sqrt{p^2c^2 + m_0^2c^4}$$

带电粒子哈密顿

$$\boldsymbol{\mathcal{H}} = \sqrt{(\boldsymbol{P} - q\boldsymbol{A}(\boldsymbol{x}_q, t))^2 c^2 + m_0^2 c^4} + q\varphi(\boldsymbol{x}_q, t)$$

量子化

$$\boldsymbol{P} \to -i\hbar\nabla$$

四维正则动量

$P_a = p_a + qA_a = (\boldsymbol{P}, \frac{i}{c}\boldsymbol{\mathcal{H}})$ 即 $P_\mu = p_\mu + qA_\mu$

电磁场方程

$$\partial_\nu F^{\nu\mu} = -\mu_0 j^\mu$$

$\Longleftrightarrow$

麦克斯韦方程组

$$\nabla\cdot\boldsymbol{E} = \frac{1}{\varepsilon_0}\rho,\qquad \nabla\times\boldsymbol{B} = \mu_0\boldsymbol{J} + \frac{1}{c^2}\frac{\partial}{\partial t}\boldsymbol{E}$$

电磁场强张量（法拉第张量）

$$F_{ab} = \partial_a A_b - \partial_b A_a$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & B^3 & -B^2 & -\frac{i}{c}E^1 \\ -B^3 & 0 & B^1 & -\frac{i}{c}E^2 \\ B^2 & -B^1 & 0 & -\frac{i}{c}E^3 \\ \frac{i}{c}E^1 & \frac{i}{c}E^2 & \frac{i}{c}E^3 & 0 \end{pmatrix}$$

$\Longleftrightarrow$

$$\nabla\times\boldsymbol{E} = -\frac{\partial\boldsymbol{B}}{\partial t},\qquad \nabla\cdot\boldsymbol{B} = 0$$

洛伦兹力密度

$$f_\mu = F_{\mu\nu} j^\nu$$

$\Longleftrightarrow$

$$\boldsymbol{f} = \rho\boldsymbol{E} + \boldsymbol{J}\times\boldsymbol{B} \qquad f_4 = \frac{i}{c}\boldsymbol{J}\cdot\boldsymbol{E}$$

理论推导

相对论协变性

规范对称性

电动力学四维形式

三. 能动量张量和守恒流

（注重物理概念和对理论结构的认识）

电磁场能量-动量密度张量（与时空平移对称性相应）

$$\Theta_{\mu\nu} = \frac{1}{4\mu_0}\delta_{\mu\nu}F^2 + \frac{1}{\mu_0}F_{\mu\lambda}F^{\lambda\nu}$$

可观察量:　　规范不变

光子零质量:　$Tr\Theta = \sum_{\mu=1}^{4}\Theta_{\mu\mu} = 0$

角动量守恒:　$\Theta_{\mu\nu} = \Theta_{\nu\mu}$

自由空间电磁场能-动量守恒流密度

$$\partial^{\mu}\Theta_{\mu\nu}=0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial w}{\partial t}+\nabla\cdot\boldsymbol{S}=0$$

能量密度

$$w=\Theta_{44}=\frac{1}{2\mu_0}\left(\frac{1}{c^2}E^2+B^2\right)$$

能流密度S_i（动量密度G_i）

$$S_i=ic\Theta_{4i}=\frac{1}{\mu_0}(\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{B})_i=c^2G_i$$

动量流密度

$$T_{ij}=\Theta_{ij}=\frac{1}{\mu_0}\left(\frac{1}{c^2}E_iE_j+B_iB_j\right)-\delta_{ij}w$$

四. 电磁波

（掌握概念、理论和典型应用）

$$\nabla^2 \boldsymbol{E} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\boldsymbol{E} = 0 \qquad \nabla \cdot \boldsymbol{D} = 0$$

$$\nabla^2 \boldsymbol{B} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\boldsymbol{B} = 0 \qquad \nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0$$

亥姆霍兹方程

$$\nabla^2 \boldsymbol{E} + k^2 \boldsymbol{E} = 0 \qquad \nabla^2 \boldsymbol{B} + k^2 \boldsymbol{B} = 0$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{E} = 0 \qquad \nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0$$

$$\boldsymbol{B} = -\frac{i}{\omega}\nabla \times \boldsymbol{E} \qquad \boldsymbol{E} = \frac{i}{\omega\mu\varepsilon}\nabla \times \boldsymbol{B}$$

物理问题

平面波

多普勒效应、光行差

谐振腔和波导

五. 电磁波的辐射

（掌握概念、理论和典型应用）

达朗贝尔方程

$$\partial^2 A^\mu = -\mu_0 J^\mu \qquad \partial_\mu A^\mu = 0$$

即

$$\nabla^2 \boldsymbol{A} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\boldsymbol{A} = -\mu_0 \boldsymbol{J}, \qquad \nabla^2\varphi - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

$$\nabla\cdot\boldsymbol{A} + \frac{1}{c^2}\frac{\partial\varphi}{\partial t} = 0$$

推迟势

$$\boldsymbol{A}(\boldsymbol{x},t) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_V \frac{\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x}',t-\frac{r}{c})}{r}dV'$$

$$\varphi(\boldsymbol{x},t) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_V \frac{\rho(\boldsymbol{x}',t-\frac{r}{c})}{r}dV'$$

基尔霍夫公式

$$\psi(\boldsymbol{x}) = -\frac{1}{4\pi}\oint_S \frac{e^{ikr}}{r}\hat{\boldsymbol{e}}_n\cdot[\nabla'\psi + (ik-\tfrac{1}{r})\frac{\boldsymbol{r}}{r}\psi]dS'$$

物理问题

电偶极辐射

辐射能流、角分布、辐射功率

短天线、半波天线

小孔衍射

六. 带电粒子和电磁的相互作用

(注重物理概念和图像）

李纳-维谢尔势

切伦科夫辐射

高速运动粒子的辐射

（加速度平行速度和圆周运动两种情形）

辐射频谱分析

辐射阻尼

谱线自然宽度

自由电子和束缚电子对电磁波的散射

介质色散

光场梯度力